

Markus' Übersicht zu Stochastik

Markus Dangl

30.4.2013

Zusammenfassung

Dieses Blatt soll eine Übersicht zur Stochastik fürs Abi bieten, es ist dafür gedacht bereits gelerntes noch einmal zu wiederholen und vielleicht auch zum Nachschlagen geeignet. Die Ausführungen reichen jedoch wahrscheinlich nicht aus, um euch als einzige Lernquelle zu dienen.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----------|
| 1 Experimente, Ereignisse | 2 |
| 1.1 Das Zufallsexperiment | 2 |
| 1.2 Ereignisse | 2 |
| 1.3 Beispiele | 2 |
| 1.4 Ein bisschen Mengenlehre | 3 |
| 2 Wahrscheinlichkeiten | 3 |
| 2.1 Laplace Wahrscheinlichkeiten | 3 |
| 2.2 "Mehrstufige" Experimente | 3 |
| 2.3 Vierfeldertafel, Unabhängigkeit von Ereignissen | 3 |
| 2.4 Baumdiagramm, bedingte Wahrscheinlichkeit | 3 |

Was noch fehlt

Diese Liste dient hauptsächlich als Erinnerung für den Autor, welche Themen noch zu behandeln sind, wann immer das Dokument weiterentwickelt wird. Wenn euch beim Lesen irgendetwas auffällt, schreibt es mir bitte!

- ...
- Hypothesentests

1 Experimente, Ereignisse

1.1 Das Zufallsexperiment

In der Stochastik werden bekanntlich Wahrscheinlichkeiten berechnet, und zwar die Wahrscheinlichkeiten eines bestimmten Zufallsexperiments. Ein Zufallsexperiment ist ein Vorgang der (theoretisch) beliebig oft durchgeführt werden kann, dessen mögliche Ergebnisse vorher schon bekannt sind, aber dessen Ausgang unklar (zufällig) ist: z.B. ist das Werfen eines Würfels ein solches Zufallsexperiment — genauso das Drehen eines “Glücksrades” oder das blinde Ziehen von Kugeln aus einer Urne.

Die Menge aller möglichen Ergebnisse fasst man im Ergebnisraum Ω als Menge zusammen: Der Ergebnisraum eines Würfels ist z.B.: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Der tatsächliche Ausgang des Experiments ist nicht bekannt und bekommt daher nur einen Variablennamen: X . Das heißt X kann alle Werte aus Ω annehmen, wir wissen nur noch nicht welcher genau das ist. Meistens “baut” man das Experiment so, dass X den Wert einer Zahl annimmt, zum Beispiel die gewürfelte Augenzahl, die Anzahl der Münzen die auf Kopf fallen usw. — das ist praktisch, da man damit noch ein paar Sachen rechnen kann muss aber nicht notwendigerweise so sein. Ich könnte meinen Ergebnisraum für einen einzelnen Münzwurf beispielsweise auch so wählen: $\Omega = \{Kopf, Zahl\}$ — also kann X nun die Werte *Kopf* oder *Zahl* annehmen.

1.2 Ereignisse

Nun kann man zu einem solchen Zufallsexperiment die Wahrscheinlichkeit von “Ereignissen” berechnen. Ereignisse kann man auch als Menge darstellen: Ich wähle einen Teil der Menge Ω aus, dessen Wahrscheinlichkeit ich berechnen möchte. Ein paar Beispiele:

| Mengenschreibweise | Bedeutung |
|---------------------------|---------------------------------------|
| $E_1 = \{6\}$ | E_1 : “Ich würfle eine Sechs” |
| $E_2 = \{2, 4, 6\}$ | E_2 : “Ich würfle eine gerade Zahl” |
| $E_3 = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ | E_3 : “Ich würfle keine Drei” |

Als Schreibweise für die Wahrscheinlichkeit verwendet man meist $P(\dots)$, so schreibt man für die “Wahrscheinlichkeit, dass E_1 eintritt” zum Beispiel $P(E_1)$. Nun gibt es noch ein paar nette Abkürzungen für Fälle, die oft auftreten: Mit $P(X = 1)$ beschreibt man die Wahrscheinlichkeit, dass das Experiment “mit einer 1 ausgeht”, das ist also das gleiche wie $P(\{1\})$, es liest sich nur etwas besser — und auf diese Art und Weise kann man auch Ungleichungen verwenden: $P(X \leq 3)$ heißt also “Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine 3 herauskommt”.

1.3 Beispiele

Wenn in dieser Tabelle von einer “Urne” die Rede ist, meine ich eine Urne mit schwarzen und weißen Kugeln. Eine längere Beschreibung passt nicht mehr ganz in die Tabelle.

| Experiment | X ist... | Ω | | |
|--------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|--|--|
| Einen Würfel werfen | Die geworfene Augenzahl | $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ | | |
| 5 Kugeln aus einer Urne ziehen | Die Anzahl gezogener schwarzer Kugeln | $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ | | |

TODO: mehr Beispiele, verschiedene Ergebnisräume fürs gleiche Experiment

1.4 Ein bisschen Mengenlehre

$A \cap B$

$A \cup B$

\overline{A}

2 Wahrscheinlichkeiten

2.1 Laplace Wahrscheinlichkeiten

2.2 “Mehrstufige” Experimente

2.3 Vierfeldertafel, Unabhängigkeit von Ereignissen

2.4 Baumdiagramm, bedingte Wahrscheinlichkeit